

1. Misalkan A^T adalah transpos matriks A. Jika $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ sehingga $A^T B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$. Maka nilai $a + b$ adalah
- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4
E. 5

Pembahasan:

Mencari transpose matrik A:

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix} \rightarrow A^T = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & b \end{pmatrix}$$

Hitung persamaan $A^T B$:

$$A^T B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a \cdot 1 + 0 \cdot 2 & a \cdot 2 + 0 \cdot 4 \\ 1 \cdot 1 + b \cdot 2 & 1 \cdot 2 + b \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & 2a \\ 1+2b & 2+4b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$$

Mencari nilai a dan b:

Berdasarkan persamaan akhir dari operasi matriks di atas, dapat diperoleh

$$a = 1 \text{ dan } 1 + 2b = 5$$

$$2b = 5 - 1$$

$$2b = 4$$

$$b = \frac{4}{2} = 2$$

Jadi, nilai $a + b = 1 + 2 = 3$

Jawaban: C

2. Jika himpunan penyelesaian $|2x - a| < 5$ adalah $\{x \mid -1 < x < 4\}$, maka nilai a adalah
- A. -4
B. -3
C. -1
D. 3
E. 4

Pembahasan:

Berdasarkan sifat pada pertidaksamaan harga mutlak $|2x - a| < 5$ dapat diperoleh pertidaksamaan seperti di bawah.

$$-5 < 2x - a < 5$$

$$-5 + a < 2x < 5 + a$$

$$\frac{-5 + a}{2} < x < \frac{5 + a}{2}$$

Himpunan penyelesaian $|2x - a| < 5$ adalah $\{x \mid -1 < x < 4\}$,

Sehingga kita harus membuat nilai $\frac{-5 + a}{2} = -1$ atau $\frac{5 + a}{2} = 4$

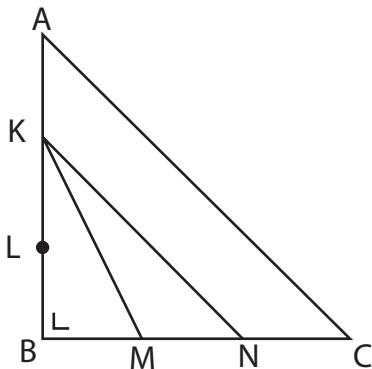
Selanjutnya adalah mencari nilai a:

$$\begin{array}{l} \frac{-5+a}{2} = -1 \quad \text{atau} \quad \frac{5+a}{2} = 4 \\ -5+a = -2 \quad \quad \quad 5+a = 8 \\ a = -2+5 \quad \quad \quad a = 8-5 \\ a = 3 \quad \quad \quad a = 3 \end{array}$$

Jadi, nilai a adalah 3.

Jawaban: D

3. Perhatikan gambar di bawah!

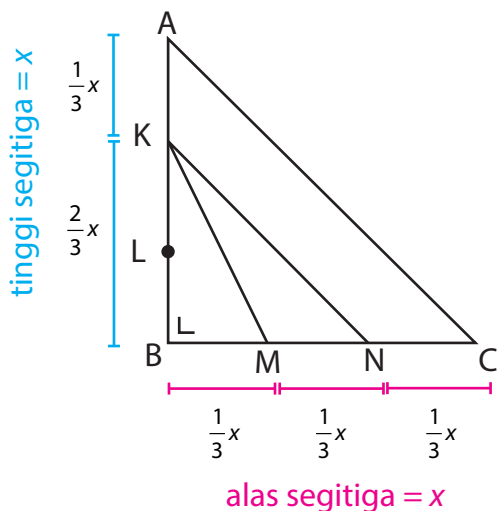


Pada segitiga siku-siku samakaki ABC , sisi AB dan BC masing-masing terbagi menjadi tiga bagian yang sama, berurut-turut oleh titik K, L , dan M, N . Jika luas $\triangle ABC$ adalah $c \text{ cm}^2$. Maka luas $\triangle KMN$ adalah ... cm^2 .

- A. $\frac{c}{3}$ C. $\frac{c}{9}$ E. $\frac{c}{36}$
 B. $\frac{2c}{9}$ D. $\frac{c}{18}$

Pembahasan:

Misalkan sisi segitiga tersebut adalah x , maka Perhatikan gambar di bawah!



Sehingga diperoleh $AB = BC = x$

$$AK = KL = LB = \frac{1}{3}x$$

$$BM = MN = NC = \frac{1}{3}x$$

Diketahui bahwa Luas $\triangle ABC$ adalah c , maka

$$L_{\triangle ABC} = c$$

$$\frac{a \times t}{2} = c$$

$$x \cdot x = 2c$$

$$x^2 = 2c$$

Luas $\triangle KMN$ dapat diperoleh dari Luas $\triangle KBN$ – Luas $\triangle KBM$, maka

$$L_{\triangle KMN} = L_{\triangle KBN} - L_{\triangle KBM}$$

$$= \frac{2}{3}x \cdot \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}x \cdot \frac{2}{3}x$$

$$= \frac{4}{9}x^2 - \frac{2}{9}x^2$$

$$= \frac{4}{18}x^2 - \frac{2}{18}x^2$$

$$= \frac{2}{18}x^2$$

$$= \frac{2}{18} \times 2c$$

$$= \frac{4c}{18}$$

$$= \frac{2c}{9} \text{ cm}^2$$

Jadi, luas $\triangle KMN$ adalah $\frac{2c}{9} \text{ cm}^2$.

Jawaban: B

4. Jika $f(x) = x^2 - 4$ dan $g(x) = 2 - x$, maka daerah asal fungsi $\frac{f}{g}$ adalah

A. $\{x \mid -\infty < x < \infty\}$

C. $\{x \mid x \neq 4\}$

E. $\{x \mid x \geq 2\}$

B. $\{x \mid x \neq 2\}$

D. $\{x \mid x < -2\}$

Pembahasan:

Untuk menentukan daerah asal fungsi $\frac{f}{g}$, kita perlu melihat bentuk fungsi $\frac{f}{g}$ terlebih dahulu.

$$\begin{aligned} \frac{f}{g} &= \frac{x^2 - 4}{2 - x} \\ &= \frac{(x - 2)(x + 2)}{-(x - 2)} \\ &= \frac{(x + 2)}{-1} \\ &= -x - 2 \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil akhir, kita dapat mengetahui bahwa fungsi $\frac{f}{g}$ adalah persamaan fungsi linear.

Daerah asal untuk fungsi linear adalah semua bilangan. Jadi, jawaban yang tepat adalah $\{x \mid -\infty < x < \infty\}$.

Jawaban: A

5. Diketahui median dan rata-rata berat badan 5 balita adalah sama. Setelah ditambahkan satu data berat badan balita, rata-ratanya meningkat 1 kg, sedangkan mediannya tetap. Jika 6 data berat badan tersebut diurutkan dari yang paling ringan ke yang paling berat, maka selisih berat badan balita terakhir yang ditambahkan dan balita di urutan ke 4 adalah ... kg.
- A. 4 C. 5 E. $\frac{13}{2}$
- B. $\frac{9}{2}$ D. 6

Pembahasan:

Misalkan urutan data berat badan dari 5 balita yang diketahui adalah sebagai berikut.

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$$

Median data tersebut adalah X_3

Diketahui bahwa median dan rata-rata beerat badan 5 balita adalah sama, maka dapat diperoleh persamaan di bawah.

$$X_3 = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5}{5}$$

$$5X_3 = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$$

Misalkan berat badan balita yang ditambahkan adalah x_n

Rata-rata berat badan setelah 1 balita ditambahkan meningkat 1 kg dan nilai mediannya tetap, sehingga diperoleh persamaan berikut.

$$\frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5}{5} + 1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_n}{6}$$

$$X_3 + 1 = \frac{5X_3 + X_n}{6}$$

$$6X_3 + 6 = 5X_3 + X_n$$

$$6X_3 - 5X_3 + 6 = +X_n$$

$$X_n = X_3 + 6$$

Berdasarkan hasil di atas dapat disimpulkan bahwa berat badan balita yang baru ditambahkan (x_n) lebih berat dari median (X_3).

Berdasarkan keterangan pada soal diperoleh informasi bahwa data median tetap. Jika data balilta yang baru ditambahkan merupakan data ke-4 maka nilai median akan berubah.

Sehingga, kemungkinan yang benar adalah data median ada di antara data ke-3 dan ke-4, yang nilainya berturut-turut adalah X_3 dan X_4 dan memenuhi persamaan di bawah.

$$X_3 = \frac{X_3 + X_4}{2}$$

$$2X_3 = X_3 + X_4$$

$$X_3 = X_4$$

Jadi, selisih berat badan balita terakhir yang ditambahkan dengan balita yang berada di urutan ke empat adalah

$$\begin{aligned} X_n - X_4 &= X_3 + 6 - X_3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

Jawaban: D

Persamaan di atas merupakan persamaan kuadrat. Nilai maksimum dari suatu persamaan kuadrat dapat diperoleh pada titik $x = -\frac{b}{2a}$

Cari banyak ikan (x):

$$\begin{aligned}x &= -\frac{6}{2(-0,02)} \\ &= -\frac{6}{-0,04} \\ &= \frac{600}{4} \\ &= 150\end{aligned}$$

Sehingga, nilai maksimum jumlah bobot ikan yang dipanen adalah

$$\begin{aligned}S &= -0,02(150)^2 + 6(150) \\ &= -0,02 \times 22.500 + 900 \\ &= -450 + 900 \\ &= 450 \text{ kg}\end{aligned}$$

Jawaban: D

8. Akan dikonstruksikan beberapa barisan geometri. Setiap barisan memenuhi syarat bahwa hasil kali tiga suku berurutan-nya adalah 27 dan jumlahnya adalah $10\frac{1}{2}$. Jumlah semua rasio barisan geometri yang memenuhi syarat tersebut adalah
- A. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{5}{2}$ E. $\frac{17}{4}$
B. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{10}{3}$

Pembahasan:

Hasil kali tiga suku berurutan dari suatu barisan geometri adalah 27, sehingga dapat diperoleh persamaan di bawah.

$$U_n \times U_{n+1} \times U_{n+2} = 27$$

$$ar^{n-1} \times ar^n \times ar^{n+1} = 27$$

$$\frac{ar^n}{r} \times ar^n \times ar^n \cdot r = 27$$

$$ar^n \times ar^n \times ar^n = 27$$

$$(ar^n)^3 = 27$$

$$ar^n = \sqrt[3]{27}$$

$$ar^n = 3$$

Hasil kali tiga suku berurutan dari suatu barisan geometri adalah $10\frac{1}{2}$, sehingga dapat diperoleh persamaan di bawah.

$$U_n + U_{n+1} + U_{n+2} = 10\frac{1}{2}$$

$$ar^{n-1} + ar^n + ar^{n+1} = \frac{21}{2}$$

$$\frac{ar^n}{r} + ar^n + ar^n r = \frac{21}{2}$$

$$\frac{3}{r} + 3 + 3r = \frac{21}{2}$$

$$\frac{6}{r} + 6 + 6r = 21$$

$$6 + 6r + 6r^2 = 21r$$

$$6r^2 + 6r - 21r + 6 = 0$$

$$6r^2 - 15r + 6 = 0$$

Berdasarkan rumus jumlah pada persamaan kuadrat, akan diperoleh jumlah semua rasio yang mungkin.

$$\begin{aligned} r_1 + r_2 &= -\frac{-15}{6} \\ &= \frac{15}{6} \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Jawaban: C

9. Diketahui $f(x) = ax + 2$ dan $g(x) = 2x + d$ dengan $d \neq 0$. Jika $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ untuk semua x . Maka nilai $d(a-1)$ adalah

A. -2

B. -1

C. 0

D. 1

E. 2

Pembahasan:

$$(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$$

$$(f)(2x + d) = (g)(ax + 2)$$

$$a(2x + d) + 2 = 2(ax + 2) + d$$

$$2ax + ad + 2 = 2ax + 4 + d$$

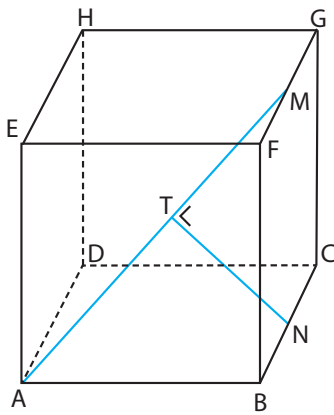
$$ad + 2 = 4 + d$$

$$ad - d = 4 - 2$$

$$d(a-1) = 2$$

Jawaban: E

10. Perhatikan gambar di bawah!

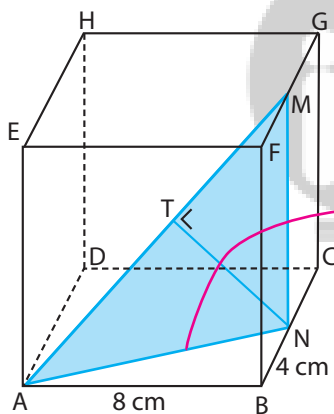


Diketahui kubus $ABCD.EFGH$ dengan M dan N berturut-turut adalah titik tengah FG dan BC , serta T adalah titik pada AM sehingga NT tegak lurus AM seperti pada gambar. Jika panjang rusuk tersebut 8 cm, maka panjang NT adalah

- A. $\frac{8}{3}\sqrt{5}$ C. $\frac{7}{5}\sqrt{5}$ E. $\frac{3}{2}\sqrt{2}$
 B. $\frac{8}{5}\sqrt{5}$ D. $\frac{5}{3}\sqrt{2}$

Pembahasan:

Perhatikan segitiga dalam kubus seperti gambar di bawah!



Sebelumnya, cari panjang AN dengan pythagoras.

$$\begin{aligned} AN &= \sqrt{8^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{64 + 16} \\ &= \sqrt{80} \\ &= \sqrt{16 \times 5} \\ &= 4\sqrt{5} \text{ cm} \end{aligned}$$

Mencari panjang AM :

$$\begin{aligned} AM &= \sqrt{AN^2 + MN^2} \\ &= \sqrt{(4\sqrt{5})^2 + 8^2} \\ &= \sqrt{80 + 64} \\ &= \sqrt{144} \\ &= 12 \text{ cm} \end{aligned}$$

Sehingga, $AT = TM = 6$ cm

Mencari panjang NT :

Perhatikan $\triangle AMN$!

$$\frac{1}{2} \times NT \times AM = \frac{1}{2} \times AN \times MN$$

$$NT \times AM = AN \times MN$$

$$NT = \frac{AN \times MN}{AM}$$

$$NT = \frac{4\sqrt{5} \times 8}{12}$$

$$NT = \frac{4\sqrt{5} \times 2}{3}$$

$$NT = \frac{8\sqrt{5}}{3}$$

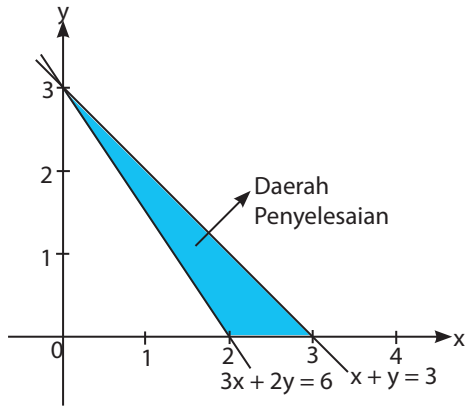
Jawaban: A

11. Luas daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan $x + y \leq 3$, $3x + 2y \geq 6$, $y \geq 0$ adalah ... satuan.

- A. $\frac{1}{2}$ C. 1 E. 2
 B. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{2}$

Pembahasan:

Perhatikan daerah penyelesaian yang diberikan pada gambar di bawah!



Daerah penyelesaian yang diberikan di atas membentuk daerah segitiga. Luas daerah penyelesaian dapat diperoleh dengan menggunakan rumus segitiga.

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{a \times t}{2} \\
 &= \frac{1 \times 3}{2} \\
 &= \frac{3}{2} \text{ satuan luas}
 \end{aligned}$$



Jawaban: D

12. Transformasi yang bersesuaian dengan matriks A memetakan titik $(5, -5)$ ke titik $(-7, 1)$. Jika transformasi tersebut memetakan titik $(-1, 1)$ ke titik (x, y) , maka nilai $x + 2y$ adalah

- A. -1 C. $\frac{2}{3}$ E. 1
 B. 0 D. $\frac{3}{5}$

Pembahasan:

Matriks A memetakan titik $(5, -5)$ ke titik $(-7, 1)$, sehingga

$$A \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$-5A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{-5} \begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{5} \\ -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

Berdasarkan hasil di atas, dapat disimpulkan bahwa nilai $x = \frac{7}{5}$ dan $y = -\frac{1}{5}$, sehingga nilai $x + 2y$ adalah

$$\begin{aligned} x + 2y &= \frac{7}{5} - \frac{2}{5} \\ &= \frac{5}{5} = 1 \end{aligned}$$

Jawaban: E

13. Hasil dari $\int \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}} dx = \dots$

A. $\frac{1}{2}\sqrt{x^2+2x} + C$

C. $2\sqrt{x^2+2x} + C$

E. $\frac{\frac{1}{2}x^2+x}{\frac{2}{3}(x^2+2x)\sqrt{x^2+2x}}$

B. $\sqrt{x^2+2x} + C$

D. $(x^2+x)\sqrt{x^2+2x} + C$

Pembahasan:

Misalkan:

$$u = x^2 + 2x$$

$$\frac{du}{dx} = 2x + 2$$

$$dx = \frac{du}{2(x+1)}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} \int \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}} dx &= \int \frac{x+1}{\sqrt{u}} \frac{du}{2(x+1)} \\ &= \int \frac{1}{\sqrt{u}} \frac{du}{2} \\ &= \int \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{u}} du \\ &= \frac{1}{2 \left(-\frac{1}{2} + 1\right)} u^{\frac{1}{2}+1} du \\ &= \frac{1}{2 \left(\frac{1}{2}\right)} u^{\frac{1}{2}} + C \\ &= u^{\frac{1}{2}} + C \\ &= \sqrt{x^2+2x} + C \end{aligned}$$

Jawaban: B

14. Jika $f(x) = ax + b$ dan $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{\sqrt{x}-2} = 8$, maka $f(2) = \dots$

A. -8

C. 0

E. 8

B. -4

D. 4

Pembahasan:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{\sqrt{x} - 2} = 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{ax + b}{\sqrt{x} - 2} = 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{a}{2\sqrt{x}} = 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} 2a\sqrt{x} = 8$$

$$4a = 8$$

$$a = 2$$

Bentuk limit di atas adalah $\frac{0}{0}$, sehingga

$$f(4) = 0$$

$$4a + b = 0$$

$$8 + b = 0$$

$$b = -8$$

Sehingga,

$$f(x) = 2a - 8$$

$$\begin{aligned} f(2) &= 2(2) - 8 \\ &= 4 - 8 \\ &= -4 \end{aligned}$$

Jawaban: B

15. Jika 3 laki-laki dan 3 perempuan duduk dalam suatu barisan sehingga tidak ada 2 laki-laki yang duduk berdekatan, maka banyaknya susunan duduk berbeda yang mungkin adalah

- A. 126 C. 138 E. 150
B. 132 D. 144

Pembahasan:

Susunan yang mungkin adalah LPLPLP, PLPLPL, LPPLPL, LPLPPL

Jadi, banyaknya susunan yang mungkin adalah $4 \times 3! \times 3! = 4 \times 6 \times 6 = 144$ cara.

Jawaban: D

